

Solucionario del Examen Gemelo

Clave de Respuestas

1. B
2. D
3. D
4. C
5. B
6. C
7. B
8. D
9. D
10. C
11. C
12. A
13. C
14. D
15. D

Desarrollo y Solución de Preguntas

- Solución:** El coeficiente principal es $p = 3$. La ordenada en el origen es $r = f(0) = -5$. Sustituyendo en la suma de coeficientes: $p + q + r = 6 \implies 3 + q + (-5) = 6 \implies q - 2 = 6 \implies q = 8$. Nos piden el producto: $p \cdot q \cdot r = (3)(8)(-5) = -120$. **Clave: B**
- Solución:** Por la propiedad del ángulo exterior en el triángulo que se forma, la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes es igual al ángulo exterior: $x + 45^\circ = 120^\circ \implies x = 75^\circ$. **Clave: D**
- Solución:** Suma inicial de edades: $S_3 = 3 \times 16 = 48$. El nuevo promedio es $16 - 1 = 15$. La nueva suma de edades es $S_4 = 4 \times 15 = 60$. La edad del cuarto hijo es la diferencia: $E_4 = S_4 - S_3 = 60 - 48 = 12$ años. **Clave: D**
- Solución:** Simplificamos el denominador: $\cot(\alpha) + \tan(\alpha) = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$. La expresión completa es: $M = \frac{\sec \alpha}{1/(\sin \alpha \cos \alpha)} = \sec \alpha \cdot \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha$. **Clave: C**
- Solución:** Multiplicamos toda la inequación por 9 para eliminar los denominadores: $3(x - 4) + (6x - 2) < 9 \implies 3x - 12 + 6x - 2 < 9 \implies 9x - 14 < 9 \implies 9x < 23 \implies x < \frac{23}{9} \approx 2.55$. El mayor valor entero que cumple es 2. **Clave: B**
- Solución:** La relación de áreas entre figuras semejantes es el cuadrado de la razón de semejanza (k). Aquí k es la razón entre los lados (o diagonales). La relación entre las diagonales del rombo interior y exterior (o sus lados) es $1 : \sqrt{3}$. Entonces, $\frac{A_{\text{pequeño}}}{A_{\text{grande}}} = k^2 = (\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = \frac{1}{3}$. $A_{\text{pequeño}} = \frac{1}{3} \times 24\mu^2 = 8\mu^2$. **Clave: C**
- Solución:** Sea n el número original de profesores. El aporte original por persona era $\frac{200}{n}$. El nuevo aporte es $\frac{200}{n-2}$. La ecuación es: $\frac{200}{n-2} - \frac{200}{n} = 5$. $200n - 200(n-2) = 5n(n-2) \implies 400 = 5n^2 - 10n \implies n^2 - 2n - 80 = 0$. $(n-10)(n+8) = 0 \implies n = 10$. El número de profesores que fue de viaje es $n - 2 = 8$. **Clave: B**
- Solución:** Aplicamos la Ley de Cosenos: $x^2 = 2^2 + 5^2 - 2(2)(5) \cos(60^\circ) = 4 + 25 - 20(1/2) = 29 - 10 = 19$. Por lo tanto, $x = \sqrt{19}$. **Clave: D**
- Solución:** Suma original de notas: $S_5 = 5 \times 75 = 375$. Nuevo promedio: $75 + 10 = 85$. Nueva suma de 4 notas: $S_4 = 4 \times 85 = 340$. La nota eliminada es la diferencia: $N = S_5 - S_4 = 375 - 340 = 35$. **Clave: D**
- Solución:** El polígono es un pentágono regular ($n = 5$). Su ángulo interior es $\frac{180(5-2)}{5} = 108^\circ$. El triángulo CDE es isósceles ($CD = DE$). Los ángulos base son iguales: $\angle DCE = \angle DEC = x$. $108^\circ + x + x = 180^\circ \implies 2x = 72^\circ \implies x = 36^\circ$. **Clave: C**
- Solución:** Partimos del dominio: $5 \leq x < 10$. Multiplicamos por 3: $15 \leq 3x < 30$. Restamos 8: $15 - 8 \leq 3x - 8 < 30 - 8 \implies 7 \leq g(x) < 22$. El rango es $[7; 22)$. **Clave: C**
- Solución:** Usamos las identidades de suma de ángulos: $\sin(x + 60^\circ) = \sin x \cos 60^\circ + \cos x \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$. $\cos(x + 30^\circ) = \cos x \cos 30^\circ - \sin x \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$. Restando ambas expresiones: $(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x) - (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x) = \sin x$. Así, $a \sin x + b \cos x = 1 \sin x + 0 \cos x$. $a = 1, b = 0$. Piden $a - b = 1 - 0 = 1$. **Clave: B**
- Solución:** $x^2 - 6x < 7 \implies x^2 - 6x - 7 < 0$. Factorizamos: $(x - 7)(x + 1) < 0$. Los puntos críticos son $x = 7$ y $x = -1$. La parábola $y = x^2 - 6x - 7$ abre hacia arriba, por lo que es negativa entre sus raíces. El conjunto solución es $(-1; 7)$. **Clave: C**
- Solución:** $V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h_c$ y $V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h_{cy}$. Como los volúmenes son iguales, $\frac{1}{3} \pi r^2 h_c = \pi r^2 h_{cy} \implies h_c = 3h_{cy}$. Sabemos que $h_c + h_{cy} = 12$. Sustituyendo: $3h_{cy} + h_{cy} = 12 \implies 4h_{cy} = 12 \implies h_{cy} = 3$. **Clave: D**
- Solución:** Para que f sea una función, si hay dos pares ordenados con la misma primera componente, la segunda debe ser igual. $(2; m + 1)$ y $(2; 11) \implies m + 1 = 11 \implies m = 10$. $(3; 8)$ y $(3; 3b - 4) \implies 8 = 3b - 4 \implies 12 = 3b \implies b = 4$. Piden $m + b = 10 + 4 = 14$. **Clave: D**